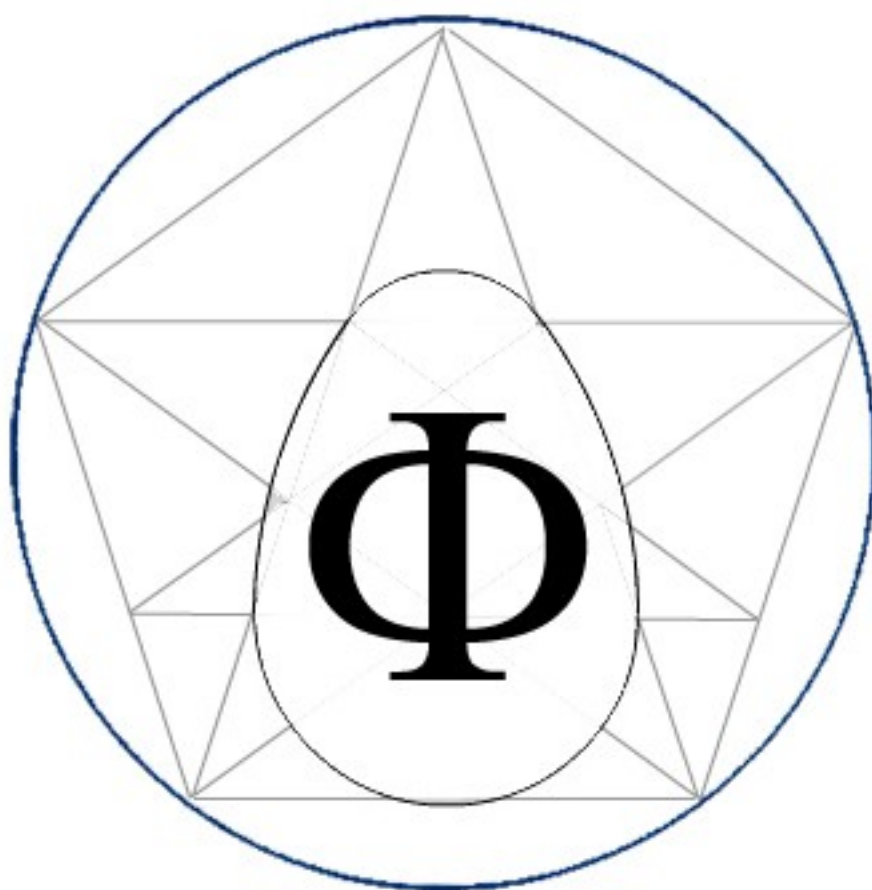


TPE Mathématiques – Sciences et vie de la Terre :

Le nombre d'or, création de la nature ou de l'homme ?



Sommaire

Introduction	p. 3
Propriétés mathématiques de Phi	p. 4
Propriétés algébriques	p. 4
Proportion	p. 4
Suite de Fibonacci	p. 5
Ecritures possibles	p. 5
Extension algébrique	p. 6
Propriétés géométriques	p. 7
Le rectangle d'or	p. 7
Le triangle d'or	p. 8
La spirale d'or	p. 9
Le pentagone régulier	p. 10
Un peu d'histoire...	p. 12
Le nombre d'or dans la nature	p. 13
Proportions humaines	p. 13
Chez les étoiles de mer	p. 14
Chez la flore terrestre	p. 16
Fleurs et pétales	p. 16
Les graines dans une fleur de tournesol	p. 17
Lien avec l'ensoleillement	p. 17
Chez la faune terrestre	p. 18
Les abeilles	p. 18
Le nombre d'or dans l'architecture	p. 22
La pyramide de Kheops	p. 22
Le Parthénon et la théâtre d'Epidaure	p. 23
Notre-Dame du Port (Clermont-Ferrand)	p. 24
L'héritage de Le Corbusier	p. 25
Conclusion	p. 27
Sources et crédits	p. 28

Introduction

Lorsque divers choix de sujets se sont offerts à nous pour ce TPE, nous avons tout de suite pensé à ce qui combinerait, semble-t-il, le mieux à la fois mathématiques et sciences et vie de la Terre : un nombre qui aurait une influence sur le vivant. Un lecture alors encore fraîche du Da Vinci Code nous a tout naturellement orientés vers Phi, le nombre d'or.

Bien que très exaltante au premier abord, la "divine proportion" s'avère plutôt dure à dénicher dans son état le plus parfait et le plus exact. Mais des scientifiques et artistes, encore au siècle dernier, ont pourtant bien prouvé l'existence du nombre d'or dans la nature et son règne sur les proportions du vivant, non ? Pas tout à fait à vrai dire...

Phi reste dans l'imaginaire collectif comme un nombre magique, transcendant la simple coïncidence. Mais lorsqu'on cherche à s'y intéresser de plus près, on découvre que les théories sur la nature qui s'y rapportent ne sont pas aussi solides que cela, ce que vous aller constater avec les expériences menées dans ce TPE.

Partant de cet approfondissement, nous nous sommes imaginés comme ultimes détracteurs du nombre d'or, qui allions prouver la caducité de sa dominance chez le vivant. C'était sans compter sur nos propres résultats...

Si Phi dans la nature et si controversé, ce n'est pas pour rien. Et nous l'avons expérimenté à travers la conception du présent travail. Autrement dit, ce TPE peut se présenter comme l'évolution logique de la découverte et de l'expérience du nombre d'or.

La première grande partie sera consacrée aux propriétés mathématiques de Phi. Un chapitre plutôt indigeste il faut l'avouer, mais nécessaire à traiter pour comprendre la raison qui a poussé tant de scientifiques à découvrir ce nombre dans la nature : ses nombreuses et troublantes propriétés.

Le seconde sera un historique succinct, tentant de vous donner le contexte du mythe autour de Phi. Par ailleurs, si l'on y évoque l'architecte Le Corbusier, vous pourrez trouver en fin de troisième partie une biographie de l'homme.

Le troisième chapitre sera consacré à la présence de la divine proportion chez le vivant, avec les expériences que nous avons nous-mêmes exécutées, et nous en gardons en réserve pour la soutenance...

Enfin, la dernière partie sera consacrée à l'utilisation du nombre d'or dans l'architecture. Pas beaucoup de rapport avec les SVT, mais un pan trop important du mythe pour être éludé du présent TPE, sans compter que l'architecture est avant tout travail de l'homme, non ? ;)

Excellente lecture.

Propriétés mathématiques de Phi

I) Propriétés algébriques :

Nous allons vous présenter ici les différentes propriétés de Φ pour faciliter la compréhension du TPE, et pour rendre plus agréable la suite de votre lecture.

Le nombre d'or, habituellement désigné par la lettre Φ (Phi) de l'alphabet grec (en l'honneur de Phidias, sculpteur et architecte grec du Parthénon), est un nombre irrationnel.

Le nombre d'or est en fait la solution de l'équation : x^2-x-1 , de discriminant $\Delta=b^2-4ac=1+4=5$ d'où $x_1=(b+\sqrt{\Delta})/2a$ et $x_2=(b-\sqrt{\Delta})/2a$.

Phi est égal à x_1 d'où : $\Phi=(1+\sqrt{5})/2 \approx 1,6180339887...$

Phi est aussi l'unique racine positive de : $\Phi^2=1+\Phi$

Ou, comme Φ est différent de 0 : $\Phi=1+(1/\Phi)$

On peut aussi écrire le nombre d'or en fonction du nombre Π : $\Phi=2\cos(\Pi/5)$

[Cette partie étant largement au dessus de nos capacités actuelles, nous avons été contraints de recopier la formule pour un compte rendu plus exhaustif]

Il peut également être écrit en fonction du i des complexes et de e appelé nombre exponentiel par Euler :

$$e^{5i \cdot \text{Arccos}(\frac{\varphi}{2})} = -1$$

$$e^{(5/2)i \cdot \text{Arccos}(\frac{\sqrt{2-\varphi}}{2})} = -1$$

Nous pouvons aussi nous intéresser aux puissances du nombre d'or :

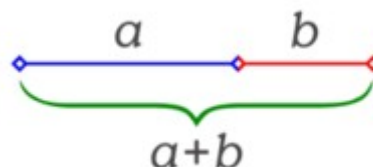
$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \varphi^n = \varphi^{n-1} + \varphi^{n-2}$$

En effet, il suffit de multiplier l'égalité $\Phi^2=1+\Phi$ par Φ^{n-2} .

Cette relation de récurrence est à rapprocher de celle qui relie les nombres de Fibonacci F_k ; à savoir :

$$\forall k \in \mathbb{N}^*, \quad F_{k+1} = F_k + F_{k-1}$$

Proportion



Deux nombres sont dits dans le rapport du nombre d'or ou de la divine proportion, si le rapport de $(a+b)/a$ (a étant $>$ à b) est identique au rapport du terme le plus grand (a) sur le plus petit (b).

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

De la même manière, on peut dire qu'ils sont dans le rapport du nombre d'or si le rapport du terme le plus grand (a) par le terme le plus petit (b) est égal au rapport du plus petit (b) par leur différence (a-b) :

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a-b}.$$

Grâce à de simples manipulations algébriques, (multiplication de la première par a/b et de la seconde par (a-b)/b), on peut montrer que ces deux relations sont équivalentes à :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a}{b} + 1 \quad \text{et on obtient ainsi} \quad \frac{a}{b} = \varphi$$

Le fait qu'un segment soit divisé en deux morceaux de longueurs a et b qui restent dans le rapport du nombre d'or est aussi (d'après Euclide) exprimé comme "la longueur coupée en extrême et moyenne raison".

Suite de Fibonacci

L'expression explicite des termes d'une suite de Fibonacci utilise le nombre d'or et son inverse. Cette suite commence par $F_0=0$; $F_1=1$; $F_2=1$, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946... La formule de calcul de cette suite est égale à :

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2} = \left(\frac{2\varphi - 1}{5}\right) (\varphi^n - (1 - \varphi)^n)$$

De plus, la limite des rapports des termes successifs de la suite de Fibonacci est égale au nombre d'or.

Écritures possibles

Puisque Φ est défini comme étant la racine d'une équation polynômiale, c'est un nombre algébrique. Il peut être montré que Φ est un nombre irrationnel.

On peut dire que $\Phi=1+(1/\Phi)$ et donc que la représentation de Φ en fraction continue s'écrit :

$$\varphi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}}$$

De la même manière, comme $\Phi^2=1+\Phi$, la représentation de Φ avec une itération infinie de racines carrées s'écrit :

$$\varphi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}$$

Le nombre d'or a des propriétés intéressantes lorsqu'il est utilisé comme base d'un système de nombre (voir base d'or).

Extension algébrique

Un des aspects fascinants du nombre d'or est que l'on a l'impression de tourner sans fin dans un labyrinthe d'équations de plus en plus mystérieuses. On peut dissiper le mystère : $\sqrt{5}$, Φ sont liés par un petit nombre d'identités remarquables et tous les nombres étudiés (ou presque) s'écrivent sous forme $a\Phi+b$ ou $u\sqrt{5}+v$ (a, b, u, v pris parmi les nombres rationnels).

L'ensemble des nombres de la forme $a\Phi+b$ avec a et b rationnels, définissent un corps noté $\mathbf{Q}[\Phi]$. Comme le qualificatif de corps l'indique, c'est un ensemble stable pour les quatre opérations (addition, soustraction, multiplication et division). C'est une extension algébrique de $\mathbf{Q}$.

En particulier, tout polynôme à coefficients rationnels en Φ est réductible à un binôme du premier degré $a\Phi+b$ où a et b sont des rationnels. Et toute fraction rationnelle en Φ à coefficients dans $\mathbf{Q}$ est réductible à un binôme.

L'ensemble des nombres de la forme $u\sqrt{5}+v$ avec u et v rationnels définissent un corps noté $\mathbf{Q}[\sqrt{5}]$ et donc stable pour les quatre opérations.

La relation entre Φ et $\sqrt{5}$: $\Phi=(1+\sqrt{5})/2$ permet de prouver que les deux ensembles précédents sont égaux et que tout binôme du premier degré $a\Phi+b$ à coefficients rationnels est exprimable par un binôme du premier degré $u\sqrt{5}+v$ à coefficients rationnels et réciproquement. Les formules de passage d'un système de binôme à l'autre sont des transformations linéaires :

$$\begin{array}{ll} \text{Dans un sens :} & \begin{cases} a = 2u \\ b = v - u \end{cases} \\ \text{Dans l'autre sens :} & \begin{cases} u = a/2 \\ v = a/2 + b \end{cases} \end{array}$$

$$\frac{1}{a\varphi + b} = \frac{a\varphi - (a+b)}{a^2 - ab - b^2}$$

Avec les cas particuliers :

$$\begin{aligned} \frac{1}{1-2\varphi} &= \frac{1}{5} - \frac{2\varphi}{5} \\ \frac{1}{\varphi} &= \varphi - 1 \end{aligned}$$

Il suffit d'utiliser en cascade l'équation :

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}[\sqrt{5}] &= \mathbf{Q}[\varphi] \\ a\varphi + b &= \frac{a}{2} + \frac{a}{2}\sqrt{5} + b = \frac{a}{2}\sqrt{5} + \left(\frac{a}{2} + b\right) \\ u\sqrt{5} + v &= 2u\varphi + u + v \end{aligned}$$

En revanche, ces corps ne sont pas stables par la prise de la racine carrée. Cependant, on peut noter quelques résultats remarquables

Racines carrées stables :

$$\sqrt{5 + 0\varphi} = 2\varphi - 1$$

$$\sqrt{1 + \varphi} = \varphi$$

$$\sqrt{2 - \varphi} = \varphi - 1$$

Les nombres de Fibonacci procurent quelques belles racines :

$$\sqrt{f_{2n+1} - f_{2n}\varphi} = |f_{n+1} - f_n\varphi|, \text{ c'est d'ailleurs } (\varphi - 1)^n$$

Par exemple :

$$\sqrt{5 - 3\varphi} = |2 - \varphi| = 0,381966...$$

$$\sqrt{13 - 8\varphi} = |3 - 2\varphi| = 0,2360679...$$

Racines carrées stables à un facteur $\sqrt{\Phi}$ près :

$$\sqrt{\varphi - 1} = \sqrt{\varphi}(\varphi - 1)$$

$$\sqrt{f_{2n-1}\varphi - f_{2n}} = \sqrt{\varphi}|f_{n+1} - f_n\varphi|, \text{ c'est d'ailleurs } \sqrt{(\varphi - 1)^{2n-1}}$$

Remarque : On pourrait imaginer un nouveau nombre d'or Λ à partir d'une des solutions irrationnelles d'une équation du second degré à coefficients rationnels, puis trouver de nombreuses propriétés concernant ses polynômes, construire des figures géométriques où il serait présent, trouver un angle dont le cosinus aurait aussi une relation avec lui. Ceci nous laisserait pantois, mais il serait peut-être moins doré que Φ .

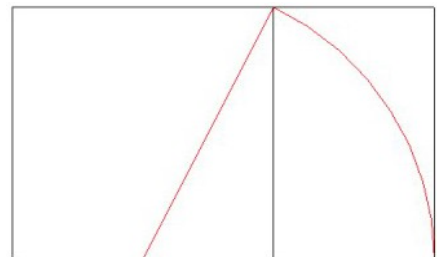
II) Propriétés géométriques :

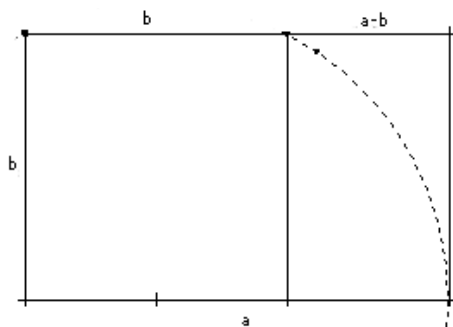
Le nombre d'or trouve son emploi dans diverses constructions...

Le rectangle d'or

Un rectangle dont le rapport longueur sur largeur (L/l) vaut le nombre d'or est appelé rectangle d'or.

On trace ce rectangle d'or de manière très simple: à l'aide d'un compas, on pointe le milieu d'un côté d'un carré, on pointe l'un des deux angles opposés, puis on rabat l'arc de cercle sur la droite passant par le côté du carré pointé. Il va sans dire que cela vaut pour tout les carrés.



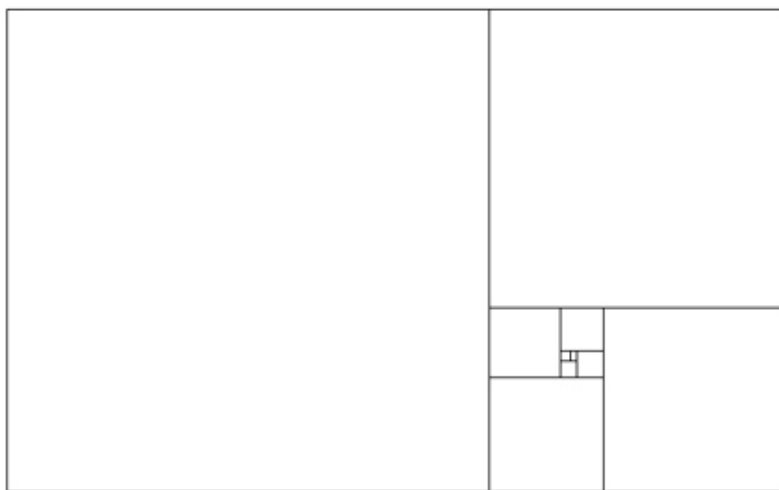


Si à un rectangle on supprime le carré de côté de longueur b , alors le rectangle restant est à nouveau un rectangle d'or, puisque ses côtés sont dans un rapport Φ . En effet, d'après les propriétés algébriques :

$$\frac{b}{a-b} = \frac{a}{b} = \Phi$$

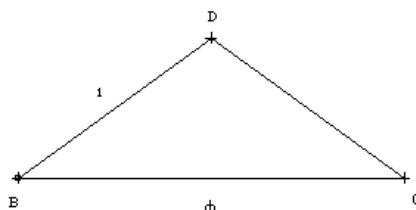
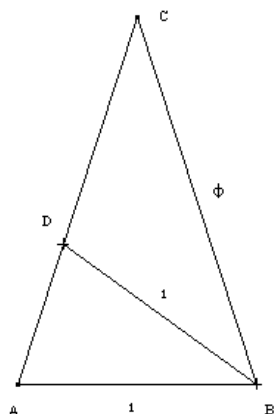
C'est ainsi qu'avec un carré de côté $b=4$, on obtient un rectangle d'or de longueur approchée $a=6,47$ et de largeur $b=4$. $L/l=6,47/4=1,6175$ (soit Φ avec l'imprécision qu'implique un compas et une règle). Dans ce rectangle juste créé on retire le carré de côté $a-b$ soit $6,47-4=2,47$, ce qui donne un nouveau rectangle d'or...

En itérant cette construction, on obtient une suite de rectangles d'or de plus en plus petits, et ce indéfiniment :



Le triangle d'or

Les triangles d'or sont des triangles isocèles dont le rapport des côtés est égal au nombre d'or. On en recense deux types. Ceux pour lesquels le rapport côté/base vaut Φ qui donnent des triangles aigus appelés parfois triangles d'argent et ceux pour lesquels le rapport base/côté vaut Φ .

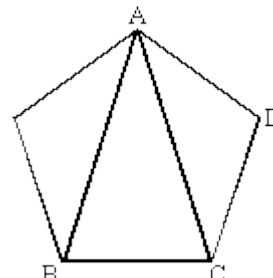


Dans cette figure, on peut prouver que le triangle ABD est semblable au triangle BCA et dans rapport de $1/\Phi$

On sait que le nombre d'or vérifie l'égalité $\Phi=1+(1/\Phi)$:

On prouve alors facilement que le triangle BCD est isocèle de sommet D. D'où il vient que l'angle de sommet B est double de celui de sommet C. La somme des angles d'un triangle valant 180° , on obtient pour l'angle C le cinquième de l'angle plat, soit 36° et pour l'angle B les deux cinquièmes de l'angle plat, soit 72° .

Puisqu'il s'agit de découper un angle plat en 5, il n'est alors pas surprenant de retrouver ces triangles d'or dans le pentgone régulier [ci-contre] ou dans le pentacle.



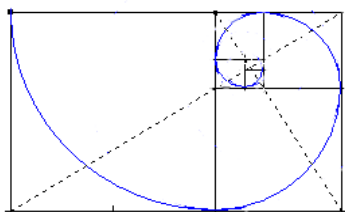
Dans un triangle d'or aigu, il est possible dessiner un triangle d'or obtus et un triangle d'or aigu Φ fois plus petit.

La spirale d'or

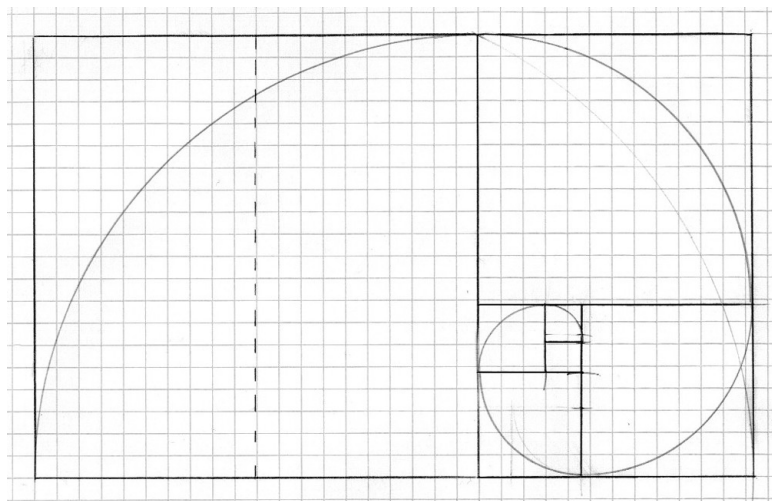
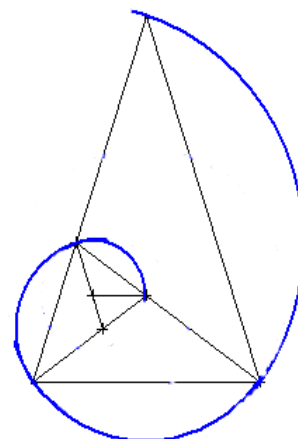
A partir d'un rectangle d'or, on peut contruire une spirale dite "*spirale d'or*" ou "*spirale de Fibonacci*" en traçant des quarts de cercle dans chacun des carrés.

Cette spirale se rapproche d'une spirale logarithmique de centre l'intersection des deux diagonales des deux rectangles et d'équation polaire :

$$r(\theta) = r_0 \cdot \varphi^{-\frac{\theta}{\pi/2}}$$



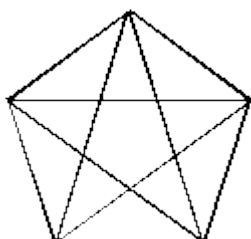
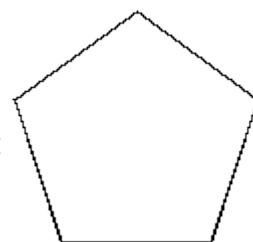
Mais on peut aussi la tracer grâce aux propriétés du triangles d'or vu plus haut, et de manière similaire à celle du rectangle.



Spirale d'or tracée sur feuille

Le pentagone régulier

Un pentagone régulier est un polygone de cinq côtés inscrit dans un cercle (tous les sommets du pentagone sont sur un même cercle) et dont tous les côtés et tous les angles ont les mêmes mesures. Entre deux côtés consécutifs du pentagone régulier, l'angle vaut 108° .



Il en existe deux types, superposés ci-contre.

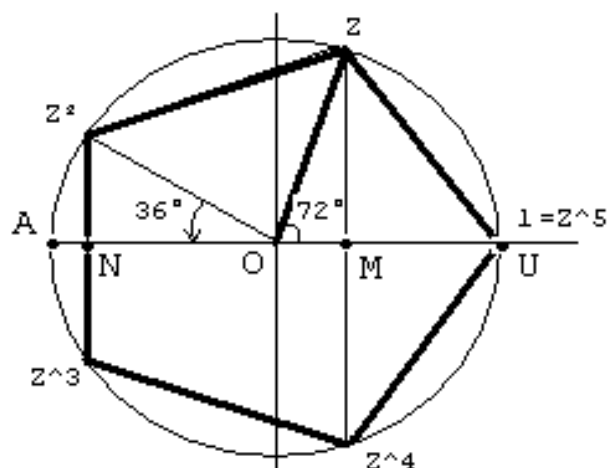
- celui dit *convexe*, que l'on peut désigner comme étant le plus répandu ;
- celui en forme d'étoile, simplement appelé *étoilé*.

On a déjà pris conscience que le nombre d'or, par le biais des triangles d'or, étaient en relation avec les angles de 36° (le cinquième d'un angle plat). On va voir ici qu'il est en relation avec les distances dans un pentagone et un décagone.

Dans le pentagone ci-contre, les points Z et Z^2 ont respectivement pour abscisse $\cos(72^\circ)$ et $\cos(144^\circ)$. Une incursion dans les nombres complexes permet de prouver que :

$$\cos(72^\circ) = \frac{\varphi - 1}{2}$$

$$\cos(144^\circ) = -\frac{\varphi}{2}$$



puis, par considération géométrique :

$$\cos(36^\circ) = \frac{\varphi}{2}$$

Démonstration : Les carrés des sinus peuvent être calculés élégamment par les puissances des points M et N par rapport au cercle unitaire.

On obtient alors les valeurs suivantes :

$$\sin(36^\circ) = \frac{\sqrt{3 - \varphi}}{2}$$

$$\sin(72^\circ) = \frac{\sqrt{2 + \varphi}}{2}$$

De ces égalités on peut alors déduire directement la longueur des côtés du pentagone $l = d(Z^2; Z^3)$ et du pentagramme $L = d(Z; Z^4)$ en doublant les sinus :

$$l = \sqrt{3 - \varphi}$$

$$L = \sqrt{2 + \varphi}$$

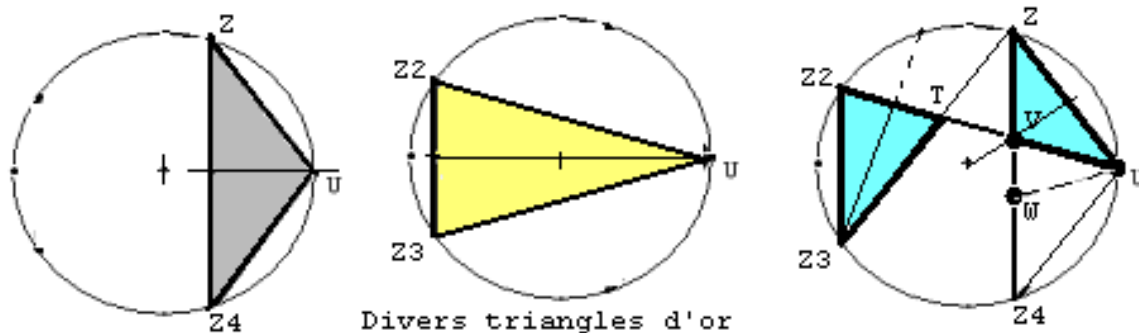
Cela met en évidence des triangles d'or car le rapport entre ces deux grandeurs se calcule de la sorte :

$$\frac{\sin(72^\circ)}{\sin(36^\circ)} = \frac{L}{l} = \sqrt{\frac{2 + \varphi}{3 - \varphi}}$$

Le rapport en question se calculant par la formule d'inversion du binôme, on obtient :

$$\frac{L}{l} = \sqrt{\frac{(2 + \varphi)(\varphi + 2)}{5}} = \sqrt{1 + \varphi} = \sqrt{\varphi^2} = \varphi$$

Cela revient donc à dire que le triangle isocèle U-Z-Z4 est d'or, ainsi que U-Z2-Z3.



Des considérations de symétrie montrent que UZV et T-Z2-Z3 sont isocèles, de plus ils sont semblables aux deux précédents, dans un rapport de similitude égal à l'inverse de Φ . Il en est de même du petit triangle UVW, etc...

[Nous remercions Wikipédia pour cette partie qui dépasse de loin nos compétences actuelles en mathématiques]

Un peu d'histoire...

La connaissance humaine du nombre d'or, ou du moins de son premier emploi concret répertorié, remonte à la préhistoire. En effet, s'étant essayés à diviser un cercle en cinq parties égales, les hommes avaient fait un premier pas vers sa découverte en dessinant les premiers pentagones réguliers.



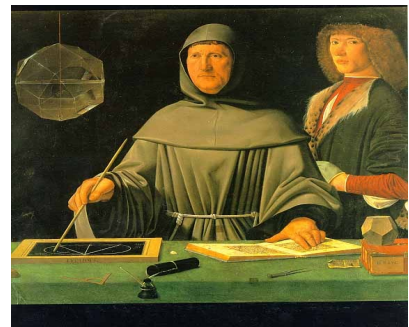
La Grande Pyramide de Khéops

Par la suite, au fil des siècles, ce nombre sera utilisé dans de nombreux domaines, certes très variés, mais tous liés par une évidente présence mathématique. C'est ainsi qu'en 2800 avant JC, l'architecte de la pyramide de Khéops montra dans ses dimensions qu'il connaissait cette proportion. Puis, en 438 av. JC, c'est au tour du sculpteur grec Phidias d'utiliser la formule $(\sqrt{5}+1)/2$ dans ses sculptures décoratives du Parthénon à Athènes ainsi que pour sa statue centrale : l'*Athena*

Partenos. Depuis cette ère, et en l'honneur de ce génie aux multiples casquettes, on nomme le nombre d'or "Phi" (Φ).

Deux cent ans après, Euclide évoque le partage d'un segment en "extrême et moyenne raison" dans le livre VI des *Eléments* : c'est le premier véritable écrit sur la géométrie à travers Φ .

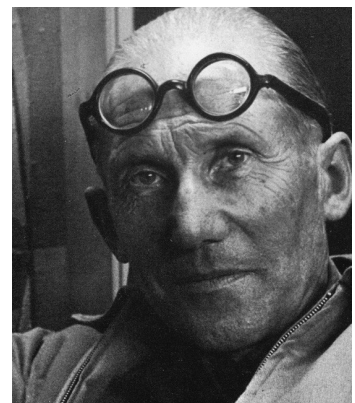
Ce n'est que plusieurs siècles plus tard, en 1498 que le terme de "divine proportion" est écrit pour la première fois par le moine mathématicien Fra Luca Pacioli dans son ouvrage *De Divina Proportione*.



Fra Luca Pacioli

Beaucoup plus proche de nous, au XIXème siècle, Adolf Zeising, professeur et philosophe, donnera un côté mythique et mystique au nombre d'or en le retrouvant dans bon nombre de monuments classiques. Il est aussi auteur du terme "section d'or" (*der goldene Schnitt*), qui donne le nom anglais de Phi : *the gold section*.

Au cours du XXème siècle, Matila Ghyka publie des ouvrages tels que *Le Nombre d'or* ou *Rites et rythmes pythagoriciens dans le développement de la civilisation occidentale* qui établissent définitivement le mythe, mais gardent une part d'ombre peu connue du grand public en ayant pour but réel de faire une "échelle des races". Fort heureusement, la postérité ne tiendra compte que des écrits du génie, et pas de ses divagations. Durant la même période, des architectes (Le Corbusier) et des peintres (Dalí, Picasso) auront recours à la divine proportion dans leurs œuvres respectives. Enfin, en 1945, Le Corbusier fait breveter son Modulor qui donne un système de proportions entre les différentes parties du corps humain : on peut dire à juste titre que c'est lui qui officialise Φ dans notre ère.



Le Corbusier

Le nombre d'or dans la nature

I) Proportions humaines :

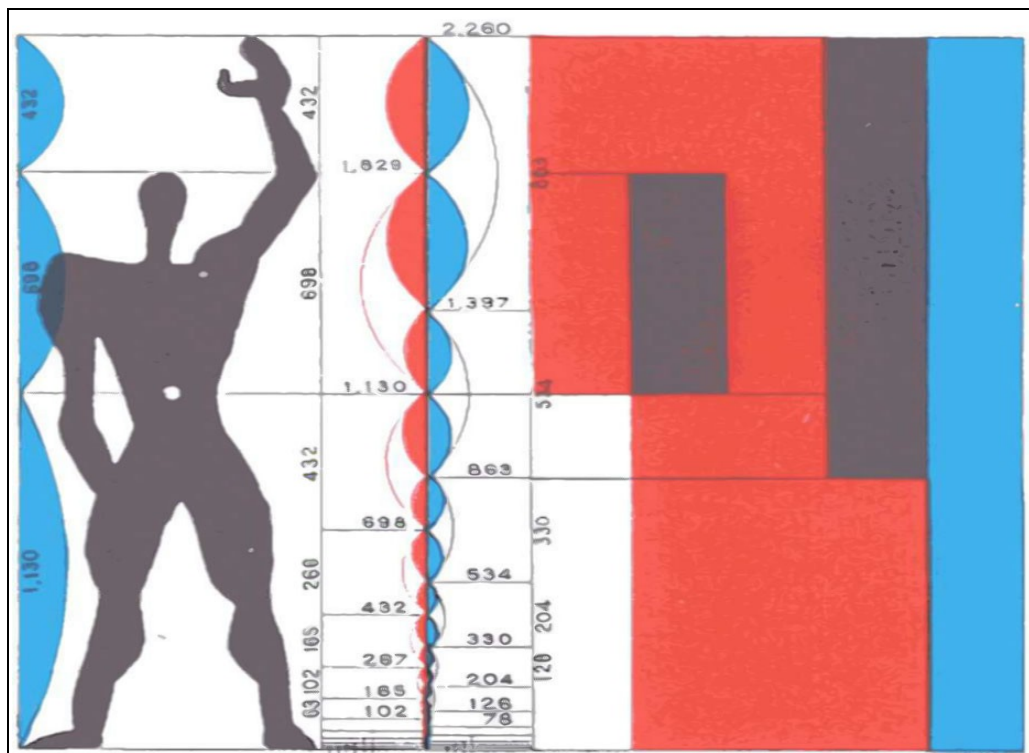
Depuis des temps immémoriaux, on a pris des longueurs diverses et variées du corps comme unités de longueur. Au Moyen-Âge, les bâtisseurs de cathédrales utilisent un outil qui réunit cinq longueurs du corps humain : la paume, la palme, l'empan, le pied et la coudée.

Or, ces cinq longueurs, dans cet ordre précis, constituent une suite géométrique qui possède pour raison Q le nombre d'or, Φ , à la valeur approchée 1,618.

Paume	Palme	Empan	Pied	Coudée
7,64	$7,64 * \Phi$	$7,64 * \Phi^2$	$7,64 * \Phi^3$	$7,64 * \Phi^4$
7,64 cm	12,36 cm	20 cm	32,36 cm	52,36 cm

Au XXème siècle, l'architecte Le Corbusier a établi (et même breveté !) le Modulor, une représentation graphique des différentes unités de longueur qu'il avait lui même adoptées par rapport aux longueurs proportionnelles au nombre d'or dans le corps humain. La proportion la plus marquante est sans aucun doute le rapport entre la hauteur totale d'un humain adulte et la longueur entre son nombril et le niveau du sol.

En d'autres termes, si l'on divise la hauteur totale d'une personne par sa hauteur au nombril, on devrait selon lui trouver le nombre d'or.



Le "Modulor" de Le Corbusier

Afin de confirmer ou pas la théorie (originellement de Zeising) selon laquelle le corps humain serait bâti sur le modèle du nombre d'or, la divine proportion, nous avons procédé à des mesures diverses sur un échantillon d'élèves de notre classe. Nous avons choisi de vérifier, compte-tenu de l'approximation de nos mesures ("impliquée par le fait même de l'exécuter" – Schrödinger), si le rapport entre la hauteur totale d'une personne à sa hauteur au nombril donne bien comme résultat Φ .

Voici les résultats de cette expérience :

	Amaria	Marie	Bastien	Clément
Hauteur totale	158 cm	172,8 cm	178,5 cm	182 cm
Hauteur nombril	99,8 cm	104 cm	107,5 cm	107 cm
Rapport Ht / Hn	1,583	1,662	1,660	1,701

Eric	J.-Christophe	J.-Philippe	Kévin	Laurent
171,3 cm	179,5 cm	170,3 cm	177,2 cm	182,5 cm
102,3 cm	110 cm	102 cm	106 cm	112,4 cm
1,674	1,632	1,670	1,672	1,624

Thomas	Sarah	Grégoire	Sonia	M. Le Borgne
180 cm	174,2	171	164	178
110 cm	106,5	105	98,4	108,4
1,636	1,635	1,628	1,66	1,64

Cette expérience démontre que le rapport hauteur totale / hauteur au nombril d'une personne n'est (dans la limite de la précision des mesures) jamais égale au nombre d'or. Mais en faisant une moyenne, serait-il possible de constater que le genre humain, en général, répond bien à ce canon ?

Voici une synthèse de l'expérience ci-dessus par une "boîte à moustaches" :

Effectif	14
Minimum	1,58
Premier décile	1,59
Premier quartile	1,63
Médiane	1,65
Troisième quartile	1,67
Neuvième décile	1,69
Maximum	1,7



La médiane est de 1,65, bien éloignée de ne serait-ce que la valeur approchée du nombre d'or, 1,618. On peut alors conjecturer l'influence d'activités physiques altérant ce canon, ou bien sa toute simple caducité, Φ est-il réellement la main du divin potier qui aurait façonné l'Homme ?

Toujours vis-à-vis de la théorie de Zeising et du Modulor de Le Corbusier, nous avons également cherché à vérifier si le rapport entre phalange et la consécutive plus petite est aussi égal au nombre d'or.

Voici les résultats de cette expérience :

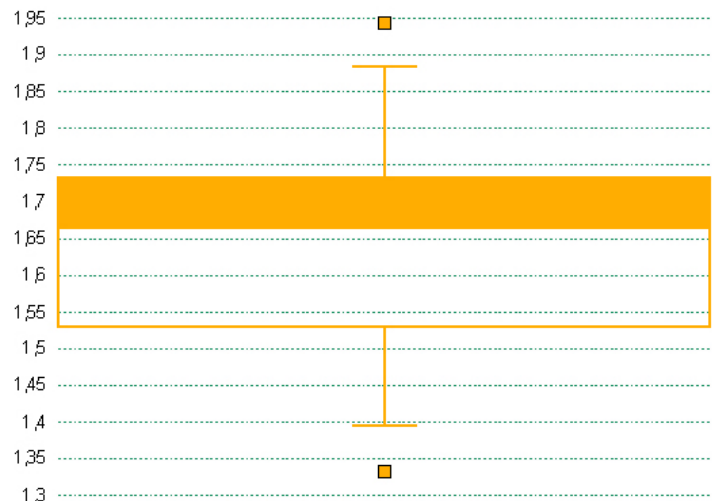
	Sebastien	Jean-Philippe	Thomas	Eric
Phal. index 1	4,5	4,5	5	4
Phal. index 2	2,5	2,5	3	2,5
Rapport Pi1 / Pi2	1,8	1,8	1,666	1,6

	Sebastien	Jean-Philippe	Thomas	Eric
Phal. majeur 1	5	5	5	5
Phal. majeur 2	3	3	3,5	3
Rapport Pm1 / Pm2	1,666	1,666	1,429	1,666

	Sebastien	Jean-Philippe	Thomas	Eric
Phal. annulaire 1	4,5	5	4,8	4,5
Phal. annulaire 2	2,8	3	3,4	2,5
Rapport Pan1 / Pan2	1,607	1,333	1,412	1,8

	Sebastien	Jean-Philippe	Thomas	Eric
Phal. auriculaire 1	3,5	3,5	4	3,2
Phal. auriculaire 2	2,4	1,8	2,4	2
Rapport Pau1 / Pau2	1,458	1,944	1,66	1,6

Il apparaît clairement que le nombre d'or n'est pas une référence absolue quant au rapport des longueurs du corps humain. Par conséquent, il est ici impossible de le qualifier de proportion divine, et ceci laisse fort à penser que le Modulor serait plus un canon esthétique qu'un "plan" de l'architecture humaine.



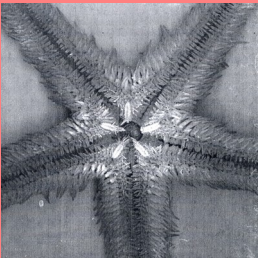
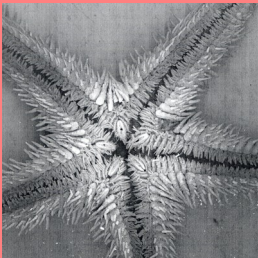
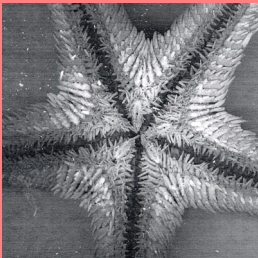
II) Chez les étoiles de mer :

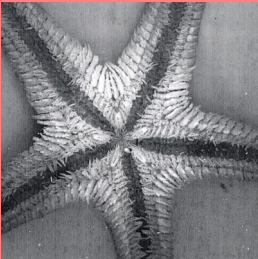
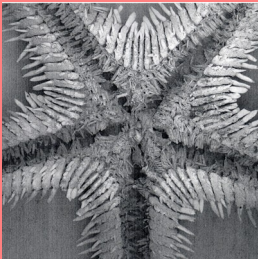
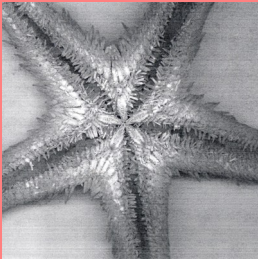
Comme on l'a vu plus tôt, le pentagone régulier a un rapport étroit avec Φ . Il est donc légitime de se demander si l'animal qui se rapproche le plus de cette figure, l'étoile de mer, réèle en elle cette proportion si particulière. Suivant cette logique, nous devrions trouver environ (imprécision de la mesure entre en jeu) 72° pour chaque angle.

Afin de nous en assurer, nous avons nous-même mesuré les cinq angles de plusieurs spécimens avec deux méthodes différentes. Pour la première, nous avons eu recours au logiciel MesurimPro (qui bien que censé être précis, ne l'est absolument pas du tout), et pour la seconde, c'est la manière artisanale qui a été privilégiée, avec rapporteur et règle.

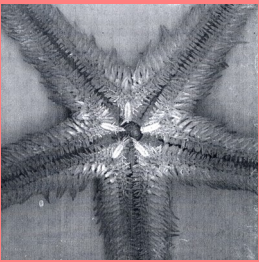
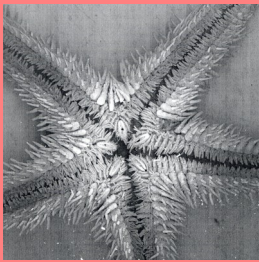
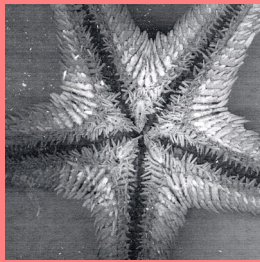
Voici le résultat de nos expériences :

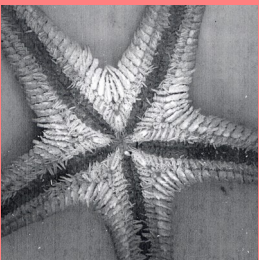
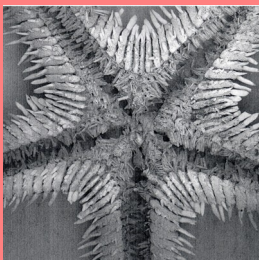
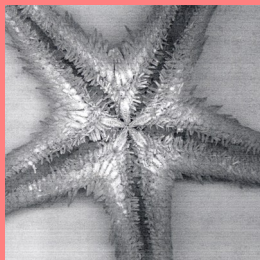
- Mesure "MesurimPro".

			
	<i>Etoile 1</i>	<i>Etoile 2</i>	<i>Etoile 3</i>
Angle Sud-Ouest	71,8°	74,27°	77,4°
Angle Nord-Ouest	71,2°	69,47°	73,6°
Angle Nord-Nord	76,2°	76,25°	62,62°
Angle Nord-Est	68,8°	68,8°	74,97°
Angle Sud-Est	70,3°	70,6°	73,2°
Σ angles (précision)	358,3°	359,39°	361,79°

			
	<i>Etoile 4</i>	<i>Etoile 5</i>	<i>Etoile 6</i>
Angle Sud-Ouest	75,72°	74,9°	71,9°
Angle Nord-Ouest	71,11°	70,2°	74,6°
Angle Nord-Nord	76,83°	76,4°	71,1°
Angle Nord-Est	69,68°	73,4°	76,25°
Angle Sud-Est	71,5°	67,6°	67,94°
Σ angles (précision)	364,84°	362,5°	361,79°

- Mesure "artisanale".

			
	<i>Etoile 1</i>	<i>Etoile 2</i>	<i>Etoile 3</i>
Angle Sud-Ouest	70°	73,5°	70°
Angle Nord-Ouest	70,5°	68,5°	73°
Angle Nord-Nord	77,5°	77°	71°
Angle Nord-Est	69°	69°	74°
Angle Sud-Est	73°	72°	73°
Σangles (précision)	360°	360°	361°

			
	<i>Etoile 4</i>	<i>Etoile 5</i>	<i>Etoile 6</i>
Angle Sud-Ouest	72°	77°	72°
Angle Nord-Ouest	71°	69°	73,5°
Angle Nord-Nord	72°	73°	69,5°
Angle Nord-Est	73,5°	71°	74,5°
Angle Sud-Est	71,5°	71°	70,5°
Σangles (précision)	360°	361°	360°

	<i>Mesure "MesurimPro"</i>	<i>Mesure "artisanale"</i>
Moyenne angles S-O	74,33°	72,42°
Moyenne angles N-O	71,70°	70,92°
Moyenne angles N-N	73,23°	73,33°
Moyenne angles N-E	71,98°	71,83°
Moyenne angles S-E	70,19°	71,83°
Moyenne des moy.	72,29°	72,07°

A la lumière de ces mesures, on pourrait conclure qu'aucune étoile de mer ne forme de pentagone régulier, et par conséquent, n'a quoi que ce soit à voir avec le nombre d'or. Or, la moyenne des mesures d'angles effectuées tend vers 72°, écartement requis pour former la figure parfaite. Alors, Φ régit-il le phénotype de cette forme de vie ? Apparemment oui, mais l'imprécision des mesures nous empêche de trancher...

III) Chez la flore terrestre :

[N'ayant pas pu réaliser les expériences décrites ci-dessous, nous avons rassemblé ici uniquement des informations provenant de divers sites Internet.]

Nous allons maintenant essayer de montrer dans quelle mesure le nombre d'or, sensé "régir" le monde, est présent dans la flore de notre planète, et ce en commençant par étudier la disposition des feuilles autour de la tige d'une plante.

a) Feuilles et pétales :

Si nous coupons une pomme en deux dans le sens de son équateur, on y découvre les pépins disposés en une étoile à cinq branches. C'est aussi valable pour une poire.

Le silène rose qui, quant à lui, semble avoir dix pétales, n'en a en réalité que cinq, chacun subdivisé en deux.

Toujours chez les fleurs, les boutons d'or ont cinq pétales, les marguerites en ont généralement 34, 55 ou 89. Ces nombres font partie de la suite de Fibonacci, elle-même liée au nombre d'or.



Examinons maintenant la disposition des feuilles, bourgeons, et branches sur la tige d'une plante. Prenons comme point de repère une feuille voisine de la base d'une tige qui porte des feuilles isolées [*reportez-vous ci-contre pour une meilleure compréhension*].

Numérotons cette feuille 0 et comptons ses semblables vers le sommet jusqu'à ce que nous arrivions à une feuille qui se trouve sur le même axe vertical de celle dont nous sommes partis. Le nombre de feuilles rencontrées est, en général, un terme de la suite de Fibonacci !

De même, en progressant vers le sommet, comptons le nombre de tours que nous faisons. Ce nombre est aussi, en général, un terme de la suite de Fibonacci. Si le nombre de tours est m et si le nombre de

feuilles est n, appelons cette disposition "spirale m/n". Par exemple, la figure (a) montre une spirale 1/2, vue latéralement et d'en haut. La longueur de la tige est exagérée de manière à montrer plus clairement les positions des feuilles.

La disposition (b) correspond à une spirale 2/5 ou 3/5 suivant le sens horaire ou sens antihoraire... On conviendra de choisir le plus long chemin, ce qui fait de la disposition (c) une spirale 5/8.

On peut observer des dispositions semblables sur de très nombreuses variétés d'organes végétaux, pommes de pin, peaux d'ananas, pétales de fleurs, feuilles de laitue, tuniques d'oignon... Et les rapports ainsi trouvés sont généralement des termes successifs de la suite de Fibonacci.

La fleur normale de 12 à 15 cm de diamètre possède en général 34 spirales tournant dans un sens et 55 dans l'autre. Des fleurs plus petites peuvent présenter les combinaisons 21/34 ou 13/21 et des fleurs exceptionnellement développées peuvent aller jusqu'à 89/144.

b) Les graines dans une fleur de tournesol :

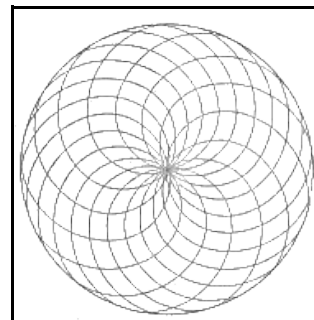


On rencontre fréquemment la spirale logarithmique dans la disposition des graines dans les fleurs, dans les coquilles d'escargot et autres.

Dans la fleur de tournesol, les graines sont aussi réparties en spirales qui rayonnent de manière centrifuge. L'étude détaillée de ces spirales a conduit aux conclusions suivantes : elles sont logarithmiques. Seconde occurrence indirecte du nombre d'or : le nombre de spirales dans le sens des aiguilles d'une montre, et celui en sens inverse, sont des termes successifs de la suite de Fibonacci (toujours, toujours !).

Dans la fleur de marguerite, on distingue aussi des spirales du même genre que les spirales de la fleur de tournesol [voir ci-contre].

Sur l'exemple ci-contre [à droite], nous avons 13 spirales tournant dans le sens horaire et 21 spirales tournant dans l'antihoraire. D'après les chercheurs, l'apparition des spirales est basée sur l'angle d'or égal à $360^\circ/(1+\Phi)=137,5^\circ$. La croissance de la plante forme deux séries de spirales tournant en sens contraire. Le nombre de ces spirales correspond dans chacun des cas à deux termes consécutifs de la suite de Fibonacci. Par exemple (13 ; 21), (34 ; 55), (55 ; 89) ou encore (89 ; 144).



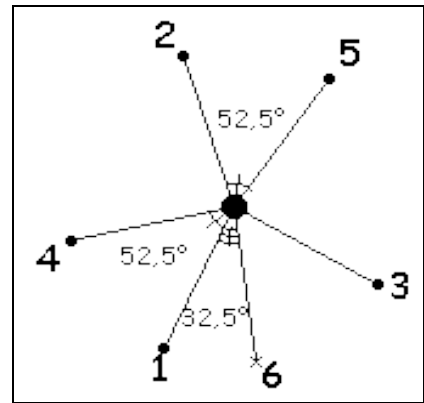
c) Lien avec l'ensoleillement :

Il a été démontré que dans le but d'avoir un ensoleillement maximal pour toutes ses fleurs/feuilles, l'angle de deux feuilles consécutives d'une plante doit être voisin d'un certain $k^{\text{ème}}$ de tour ; et les fractions de termes consécutifs de la suite de Fibonacci sont les fractions les plus voisines de k .

Toute feuille, tout pétale, se présente d'abord sous la forme d'un petit bourgeon. Les bourgeons apparaissent l'un après l'autre sur la tige. Chacun essaie de s'éloigner le plus possible du précédent pour avoir le maximum d'espace et de lumière.

Il se trouve qu'un angle en rapport avec le nombre d'or est particulièrement bien adapté : 360° divisé par Φ , soit environ $222,5^\circ$ dans un sens ou $137,5^\circ$ ($360^\circ/(1+\Phi)$) dans le sens inverse. Et c'est justement cet angle que l'on trouve dans les plantes !

Ainsi, si chaque bourgeon est ainsi tourné de $137,5^\circ$ par rapport au précédent, le sixième bourgeon n'est en décalage que de $32,5^\circ$ par rapport au premier. Dans ce cas, il serait légèrement dans son ombre, et aurait moins d'espace et de lumière perceptible. Ce cas particulier qui aboutirait vers un bourgeon "handicapé" serait éventuellement une raison pour laquelle tant de plantes ne vont pas au-delà de cinq...?



Leonardo Fibonacci

En conclusion, nous pouvons dire que, comme nous l'avons remarqué et déduit plus tôt, le nombre d'or à proprement parler n'est pas présent directement dans la nature. Par contre, nous avons vu que toutes les mesures effectuées sur des plantes se rapportaient à la suite de Fibonacci, qui est elle-même dérivée du nombre d'or comme expliqué au début de ce TPE.

IV) Chez la faune terrestre :

a) Les abeilles :



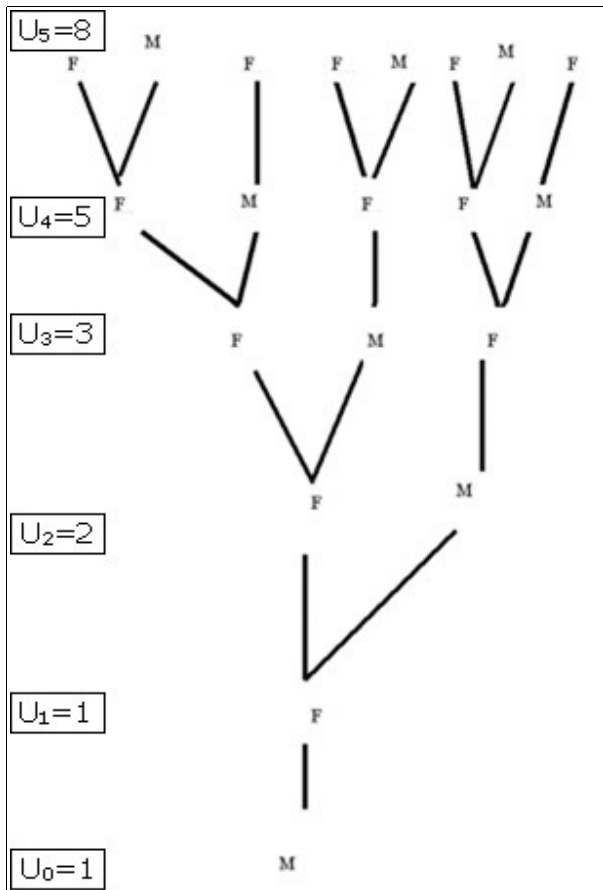
Les abeilles font partie de la famille des hyménoptères (ordre d'invertébrés) qui comprend aussi les guêpes et environ 100 000 espèces de fourmis.

Quasiment toutes les espèces de cette famille ont une particularité chimique assez curieuse : les œufs fécondés donnent naissance à des femelles tandis que ceux qui ne l'ont pas été engendrent des mâles.

Chez les abeilles, c'est donc la reine qui contrôle le sexe d'un œuf en décidant ou non de le féconder à partir du sperme emmagasiné des mois, voire des années, auparavant lors du vol nuptial. Ainsi, génétiquement

parlant, l'abeille femelle a un père et une mère (la reine), tandis que l'abeille mâle n'a qu'une mère.

On souhaite connaître le nombre U_n d'ancêtres d'une abeille mâle M présents à la $n^{\text{ième}}$ génération le précédant. L'arbre montre le calcul de $U_0, U_1, U_2, U_3...$



On voit ici que : $U_0=1$; $U_1=1$; $U_2=2$; $U_3=3$; $U_4=5$; $U_5=8$; $U_6=13$; $U_7=21$ (et ainsi de suite), et on remarque que ces termes font parti de la suite de Fibonacci qui utilise le nombre d'or [voir démonstration plus bas].

En remontant les générations, on trouve donc des nombres d'ancêtres égaux aux nombres de la suite de Fibonacci.

On remarque également qu'à chaque génération, les nombres de femelles et de mâles sont deux nombres consécutifs de cette suite.

Rapport au nombre d'or :

$$U_6/U_5=13/8=1,625$$

$$U_7/U_6=21/13=1,615$$

$$U_8/U_7=34/21=1,619$$

$$U_9/U_8=55/34=1,6176...$$

On remarque que le rapport de 2 termes consécutifs de cette suite tend vers le nombre d'or Φ , environ 1,618....

Alors que l'application de la suite de Fibonacci à la descendance des lapins s'appuie sur des moyennes et des statistiques, et ne s'avère pas exacte dans la réalité (notamment parce que la mort des lapins n'est pas prise en compte), l'ascendance des hyménoptères suit parfaitement cette schéma. On peut donc conclure que, comme pour la flore terrestre, le nombre d'or n'intervient "parfaitement" dans la faune qu'uniquement à travers la suite de Fibonacci.

Démonstration :

Notons F_n le nombre d'ancêtres femelles de M_n le nombre d'ancêtres mâles à la génération n .

$F_{n+1}=F_n+M_n$ car chaque abeille mâle ou femelle a une mère.

$M_{n+1}=F_n$ car seules les abeilles femelles ont un père.

A chaque génération n le nombre d'ancêtres est la somme des abeilles mâles et des abeilles femelles, donc :

$$U_n=F_n+M_n$$

$$U_{n+1}=F_{n+1}+M_{n+1}$$

En exploitant ceci, on obtient :

$$U_{n+1}=F_{n+1}+M_{n+1}=F_n+F_n+M_n=U_n+F_n=U_n+U_{n-1}$$

$$U_{n+1}=U_n+U_{n-1}$$

$$U_{n+2}=U_{n+1}+U_n$$

Chaque terme est la somme des deux qui le précèdent, donc la suite des nombres d'ancêtres à chaque génération est la suite de Fibonacci.

Le nombre d'or dans l'architecture

I) La pyramide de Khéops :

Parmi les plus célèbres de ces édifices qui dissimuleraient Φ dans leur architecture, on retrouve la pyramide du pharaon Khéops. Construite il y a plus de 5000 ans à Gizeh, elle l'aurait été par l'utilisation du nombre d'or dans ses dimensions, dans un souci pratique.



Φ trônerait ainsi depuis 5000 ans

Données essentielles :

- 232 mètres de côté (base de la pyramide)

- Hauteur initiale : 146 m, 137 m de nos jours

En multipliant la moitié du côté de la base par la racine de Φ , on obtient la hauteur de l'ouvrage, avec toutefois une certaine marge d'erreur :

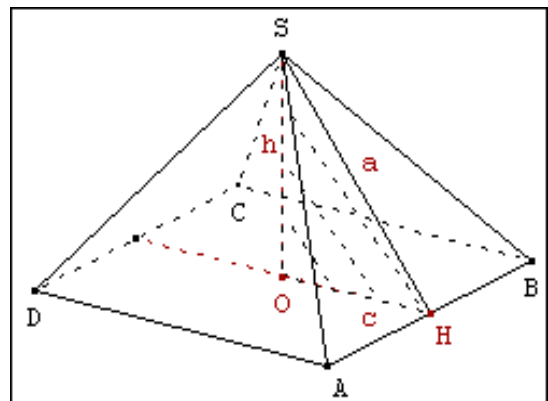
$$116 \times \sqrt{\Phi} = 147,55$$

On constate qu'il y a malgré tout plus d'un mètre et demi de trop par rapport au résultat idéal. Cependant, on peut largement concevoir qu'à une telle démesure de construction humaine, une légère imperfection subsiste.

En fait, Φ est présent dans toute la structure de l'ouvrage.

Les trois côtés du triangle rectangle SOH :
Ils forment une suite géométrique de raison $\sqrt{\Phi}$
(valeur approchée 1,272) On dit que SOH est un *triangle égyptien* :

- longueur **c** : OH=232/2=**116**
- on détermine **h** : 116x1,272 =**147,55**
- on peut ainsi trouver la distance SH, la longueur **a** : 147,55x1,272=**187**



S'agissant d'une suite géométrique, on retrouve la raison en divisant un terme par le précédent. C'est ainsi que:

$$187/147,55 = 147,55/116 = \mathbf{1,272} \text{ avec l'expression littérale } \frac{a}{h} = \frac{h}{c} = \sqrt{\Phi} \text{ d'où } \frac{a}{c} = \Phi$$

Il est aussi supposé que pour la construction, π a été remplacé par la valeur approchée de 4 sur racine de Φ :

$$\frac{4}{\sqrt{\Phi}} = 3,1446055 \text{ là où } \pi = 3,1415926$$



Khéops

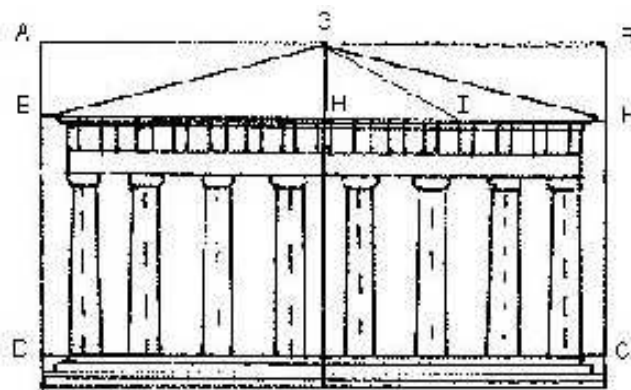
Contrairement à la présence supposée de la "divine proportion" dans des créations naturelles, il apparaît ici une volonté d'employer Φ à des fins esthétiques (ou utiles) et non pas de le trouver plus ou moins fortuitement.

II) Le Parthénon et le théâtre d'Epidaure :

Monument dont la construction fut achevée en 438 av JC, le Parthénon ("local des vierges" en grec ancien) a vu son architecture confiée à Ictinos, et tout son ornement à Phidias (celui à qui l'on doit le nom du nombre d'or).

De nombreux "scientifiques" ont essayé d'y retrouver toutes sortes d'exemples de présence de la divine proportion dans cette construction, et beaucoup s'y sont cassés les dents, chacun prenant sa mesure de façon singulière et fantaisiste.

Ainsi, il ne subsiste véritablement qu'une seule occurrence de Φ sur ce bâtiment, et elle se trouve sur la façade :



Sur cette figure, $DC/DE = \Phi$,
et sur le fronton, $GF/GI = \Phi$.

Comme vous pouvez le voir, cette façade est composée de rectangles d'or, et est un rectangle d'or !

C'est la raison pour laquelle on a créé et nommé ainsi le "rectangle Parthénon".

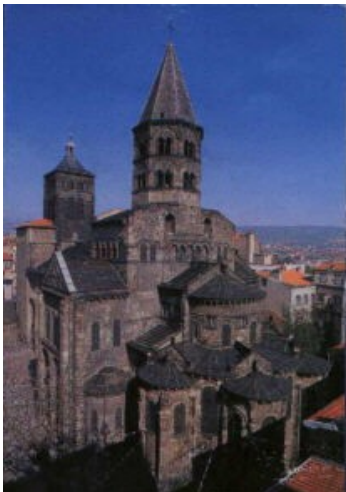
On raconte également que la statue chryséléphantine (c'est à dire constituée d'or et d'ivoire) *Athena Parthenos* et les frises du temple respectent la proportion du nombre d'or. Cependant, en l'absence de chiffres et de données précises, nous n'avons pu exploiter ces pistes.



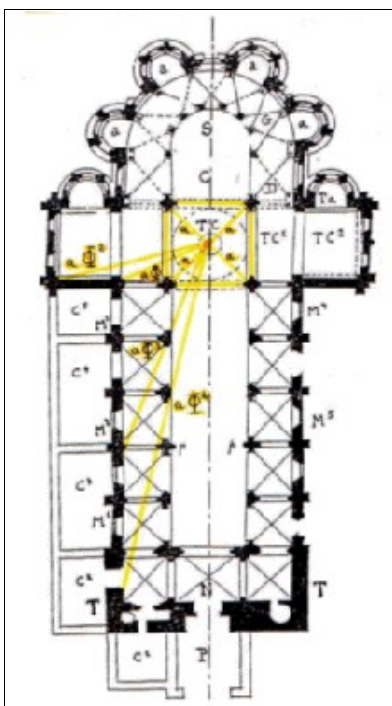
Théâtre antique réputé comme étant celui qui possède la meilleure acoustique au monde, le théâtre d'Epidaure accueillait les *Asclepia*, des épreuves gymnastiques et musicales.

Il est entre autres composé de deux blocs de gradins : 21 en haut, et 34 en bas, pour un total de 55. Et ces trois nombres sont consécutifs dans la suite de Fibonacci. Serait-ce le secret de la formidable acoustique du lieu ?

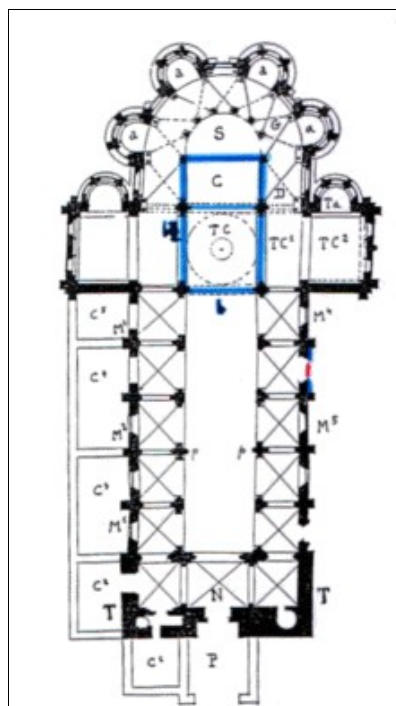
III) Notre Dame du Port (Clermont-Ferrand) :



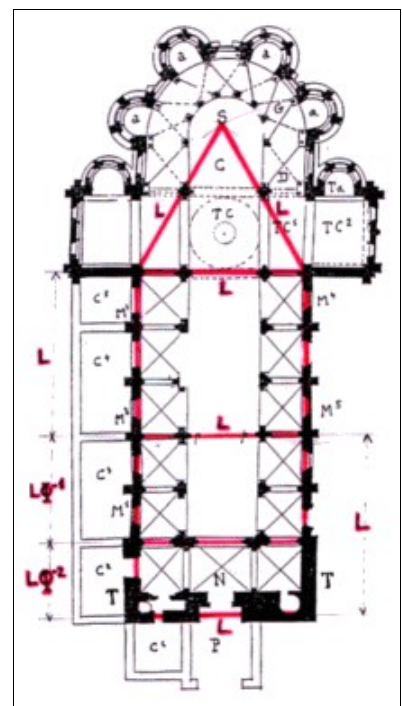
Nous venons de voir que le nombre d'or avait souvent été utilisé dans l'Antiquité pour construire des bâtiments (cf. Parthénon). Il est maintenant temps de découvrir que phi fut aussi utilisé par certains ingénieurs du Moyen-Âge pour bâtir de nombreuses églises de style roman en France. Ils appartenaient à une école qui s'est développée aux 11^{ème} et 12^{ème} siècles dans le diocèse de Clermont, et qui compte parmi les plus originales de l'art français. De dimensions réduites mais de proportions excellentes, elles donnent l'impression d'édifices plus vastes. La beauté sobre et logique de ce style impressionna les pèlerins traversant l'Auvergne. Les plus belles manifestations en sont les églises de N.-D. du Port (Clermont-Ferrand), d'Issoire, d'Orcival et de Saint-nectaire, qui sont construites sur le même type.



a)



b)



c)

Le plan a) montre la divergence des murs de la nef par rapport à l'alignement de ses piliers, ainsi que la légère désaxation sud du transept et du chevet.

L'architecte médiéval et ses aides ont pu utiliser un cordeau et des piquets pour tracer le plan au sol.

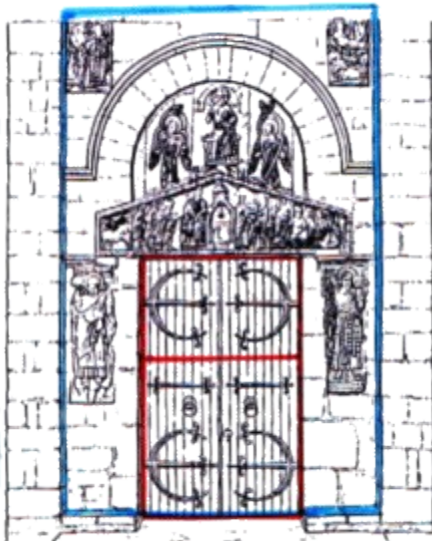
Sur ce plan, nous avons surligné de jaune le carré du transept. "a" est la demi diagonale du carré. Les différents rayons tracés à partir du centre de ce carré du transept ont pour longueurs successives : $a\Phi$, $a\Phi^2$, $a\Phi^3$, et $a\Phi^4$.

Autrement dit, on passe de l'un à l'autre des termes en le multipliant par le nombre d'or : 1,618. Mathématiquement, on dit que ces termes forment une suite géométrique.

On remarquera aussi que, si on ajoute le rectangle du chœur au carré du transept [*plan b*]), on obtient un rectangle d'or, c'est-à-dire que sa longueur est égale à 1,618 fois sa largeur.

Les repères constitués par les angles et les piliers de l'église définissent des figures mathématiques caractéristiques [*voir plan c*]) : un triangle équilatéral au niveau du chœur et de la croisée du transept, un carré en dessous, suivi d'un rectangle d'or.

Si on prend les distances séparant le porche principal du premier pilier, le premier pilier du troisième pilier, le troisième pilier du sixième pilier, ces distances successives sont dans le rapport d'or $\Phi=1,618$.



De même, lorsque l'on observe le porche et l'entrée de l'église, on trouve aussi le nombre d'or. Le cadre de la porte [*voir ci-contre*], délimité par un rectangle de couleur rouge, correspond à un rectangle d'or.

Il en va de même de l'ensemble du portail délimité par un rectangle bleu. C'est-à-dire que le rapport entre la longueur et la largeur est égal au nombre d'or : 1,618.

Nous voyons donc ici que la nombre d'or a été utilisé pour ériger des églises au Moyen-Âge, ce qui n'est peut-être pas totalement étranger à son autre nom, la "divine proportion", pour une "divine demeure". Cette utilisation nous permet de dire que depuis l'Antiquité jusqu'à l'âge sombre, Φ a été mis à profit pour contruire des édifices les plus parfaits possible. Mais qu'en est-il de notre époque...?

IV) L'héritage de Le Corbusier :

[La biographie suivante peut être considérée comme une annexe]

Né suisse en 1887, puis naturalisé français en 1930, Charles-Edouard Jeanneret-Gris, dit Le Corbusier (voire "Corbu"), est reconnu comme un artiste aux multiples talents dont l'œuvre a eu de grandes incidences sur le XX^e siècle.

Après ses études d'architecture, il publiera un manifeste sur "l'homme moderne" dans la revue où il travaille, *Esprit Nouveau*.

Au départ réputé pour ses constructions d'habitations individuelles, il est surtout connu à notre époque pour avoir conçu les grandes "barres" de logements telles que la *Cité Radieuse* de Marseille. Ses théories urbanistes en ont fait bondir plus d'un, et le font encore aujourd'hui, quand on se souvient du fait que l'homme voulait littéralement raser une partie de Paris pour y contruire sa ville idéale.



*La Cité Radieuse de Marseille,
entre humanisme et totalitarisme d'une utopie irréaliste*

Appliquant les techniques de la peinture à l'architecture, ses créations témoignent d'une harmonie et d'une présence toute singulières selon ceux qui ont pu les contempler. D'ailleurs, à partir des années 50, Corbu va surtout s'orienter vers les constructions religieuses, désireux d'utiliser son talent pour relever un nouveau type de défis.



La Villa Savoye



Chapelle Notre Dame du Haut à Ronchamp

Son œuvre toute entière est basée sur le Modulor, une sorte de nomenclature de proportions élaborée grâce au nombre d'or ! Ainsi, l'architecte utilisait pour ses plans des unités de longueur comme la coudée ou le pied en opposition au système métrique, jugé trop arbitraire et éloigné de l'homme. Ecnore aujourd'hui, même si ce fait est assez controversé, les bâtisseurs s'inspirent des travaux de Le Corbusier pour la hauteur sous plafond par exemple.

En bref, on peut dire qu'en mettant Φ comme clé de voûte de sa création, Le Corbusier a légué à ses successeurs l'utilisation, fut-elle inconsciente, du nombre d'or dans l'architecture moderne.

Même si le Modulor de Corbu est basé sur les proportions humaines, dont nous avons prouvé la non-correspondance avec le nombre d'or, il y a depuis l'Antiquité égyptienne un intime rapport entre la divine proportion et l'architecture, qui plus est de bâtiments dédiés à des divinités. Et cette utilisation de Φ , comme nous avons pu le voir par son aboutissement et sa rationalité, peut être dite comme telle car le nombre d'or n'a pas été "trouvé" sur ces constructions, pas comme sur le canon humain.

Conclusion

Nous sommes à présent au terme de nos relevés, expériences, et analyses. Et il est temps d'en faire une synthèse afin de répondre à la problématique de ce TPE, que nous n'énonçons paradoxalement pour la première fois qu'à ce stade de la rédaction...

"Le nombre d'or, création de la nature ou de l'homme ?"

Nos mesures sur des êtres humains, bien vivants, jeunes, et énergiques, se sont révélées un échec cuisant pour retrouver Phi. Aussi bien le rapport hauteur totale sur hauteur au nombril et que celui entre deux phalanges consécutives ont abouti vers un désastre. Pour le rapport à la taille d'ailleurs, nous sommes même tombés sur un "specimen" proportionné à 1,8 ! Notre professeur de mathématiques lui-même ne s'est pas privé pour en rire ! Quant aux phalanges, comme dit avant, ce n'est guère mieux.

Nous pouvons d'ores et déjà dire que le phénotype, la morphologie de l'être humain n'est pas conditionnée ni planifiée selon le nombre d'or au vu des nombreux contre-exemples (que ça en fait) que nous avons eu.

Dans le reste du vivant par contre, il y a de quoi troubler le plus sceptique des lecteurs... En effet, lorsque nous avons découvert les étoiles de mer que nous allions mesurer, nous avons devant nous des bouts de cailloux tout desséchés et tordus, voire cassés. Pas très exaltant, et encore moins convaincant. L'étude des angles de chaque pentagone formé par chaque specimen ne nous a pas plus convaincus.

Pourtant, la moyenne de ces mesures nous fait tomber juste à côté du nombre qui corroborerait la thèse selon laquelle ces animaux marins seraient proportionnés par Phi. L'imprécision des mesures nous empêche cependant d'émettre une conclusion catégorique. Mais à partir de là, notre intérêt fut relancé.

La certitude est arrivée avec les végétaux et la généalogie des abeilles. Aussi étonnant que le principe paraisse au premier abord, il est d'une brillante logique (voir exposition au soleil des bourgeons). Ce n'est pas le nombre d'or que nous avons trouvé ici (encore que l'anle d'or apparaisse), mais un procédé qui le tient pour clé de voûte : la suite de Fibonacci. Ces formidables nombres qui la composent se retrouvent partout ! C'en est affolant !

Le fait que cette suite se retrouve dans le schéma de croissance des fleurs et la généalogie des abeilles a renforcé notre admiration envers la nature, qui revêt l'aura d'une puissance maîtrisant chaque infime part de son être. Une leçon d'humilité face à la relative perfection de la vie sur Terre, assurément.

En conclusion finale, et par rapport au mythe du nombre d'or comme proportion divine, on peut tout simplement retenir la phrase "qui cherche trouve". En effet, comme dit dans le TPE, et malgré nos résultats, beaucoup d'autres obtenus par le passé l'ont été par des charlatans ou des illuminés qui cherchaient absolument à retrouver Phi là où ils le cherchaient, comme des fanatiques.

Si le nombre d'or est présent dans la nature et reflété ailleurs par les yeux de l'homme, dans quelle mesure touche-t-il la sensibilité (le cerveau ?) de celui-ci ?

Sources et crédits

"Propriétés mathématiques" :

- http://fr.wikipedia.org/wiki/Nombre_d%27or

"Un peu d'Histoire..." :

- http://trucsmaths.free.fr/nombre_d_or.htm
- <http://trucsmaths.free.fr/images/pacioli2.jpg>
- http://architecture.mit.edu/~eghiseli/bw_corbu.jpg

"Le nombre d'or dans la nature" :

I) Proportions humaines

- <http://users.hol.gr/~helen/index.files/LE%20NOMBRE%20DOR%202.htm>
- http://www.infovis.net/imagenes/T1_N145_A2_Modulor.jpg

II) Chez les étoiles de mer

- http://www.rtsq.qc.ca/aiguillart/projet/rech/artmath/no_or/artor3.htm
- Spécimens de la réserve du lycée Clémenceau

III) Chez la flore terrestre

- http://perso.wanadoo.fr/therese.eveilleau/pages/truc_mat/textes/nature_dor.htm
[image marguerite]
- http://perso.wanadoo.fr/therese.eveilleau/pages/truc_mat/images/nature_dor.gif
- http://perso.wanadoo.fr/therese.eveilleau/pages/truc_mat/images/tournesol_spi.gif
- http://perso.wanadoo.fr/therese.eveilleau/pages/truc_mat/images/nature_or.gif
- <http://www.math.ethz.ch/fibonacci/fibonacci.jpg>

IV) Chez la faune terrestre

- <http://expo.ifrance.com/lenombre/>
- <http://www.lenombredor.free.fr/nature.htm>
- <http://www.mini-ardenne.be/uld/Abeille.jpg>
- <http://expo.ifrance.com/lenombre/abeigra2.gif>

"Le nombre d'or dans l'architecture" :

I) Le pyramide de Kheops

- <http://www-math.unice.fr/~irem/ciiim/logo/tridor/rectdor.gif>
- <http://www.lenombredor.free.fr/images/spirale.jpg>
- http://trucsmaths.free.fr/nombre_d_or.htm
- <http://document.linternaute.com/document/image/550/pyramide-monument-architecture-kheops-pyramides-566870.jpg>
- <http://www.ankhonline.com/kheops.gif>

II) Le Parthénon et le théâtre d'Epidaure

- <http://users.hol.gr/~helen/index.files/LE%20NOMBRE%20DOR%202.htm>
- <http://www.holambecomores.com/public/IMG/jpg/parthen.jpg>
- <http://geotourweb.com/Theatre.JPG>

III) Notre Dame du Port

- http://expo.ifrance.com/lenombre/som_phi.htm
- http://expo.ifrance.com/lenombre/Eglis_p.jpg
- http://expo.ifrance.com/lenombre/plan1_p.gif
- http://expo.ifrance.com/lenombre/plan2_p.gif
- http://expo.ifrance.com/lenombre/plan3_p.gif
- http://expo.ifrance.com/lenombre/porch_p.gif

IV) L'héritage de Le Corbusier

- Article paru dans Le Monde 2 n°98
- http://fr.wikipedia.org/wiki/Le_Corbusier
- [http://www.culture.gouv.fr/\[...\]/corbup.jpg](http://www.culture.gouv.fr/[...]/corbup.jpg)

Logiciel utilisés :

- OpenOffice.org2.0
- Microsoft Word
- Adobe Photoshop CS 2
- MesurimPro